

Ćwiczenie nr 14

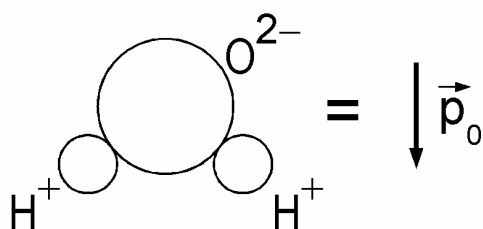
WŁAŚCIWOŚCI ELEKTRYCZNE DIELEKTRYKÓW

1. Wstęp. Dipol elektryczny

Jednym z podstawowych elementów elektrycznej budowy ciał jest dipol elektryczny. Materiały, których cząsteczki są trwałymi dipolami elektrycznymi nazywane są polarnymi. Przykładem takiej cząsteczki może być cząsteczka wody, której strukturę przedstawiono na rys.1. Natomiast w cząsteczkach ciał niepolarnych, jak zobaczymy, dipole elektryczne mogą być indukowane zewnętrznym polem elektrycznym.

Dipol elektryczny jest układem dwóch elektrycznych ładunków punktowych q równych co do wartości lecz przeciwnego znaku, oddalonych od siebie na odległość l . Dla scharakteryzowania dipola wprowadza się wielkość wektorową nazywaną elektrycznym momentem dipolowym.

$$\vec{p} = q\vec{l} \quad (1)$$



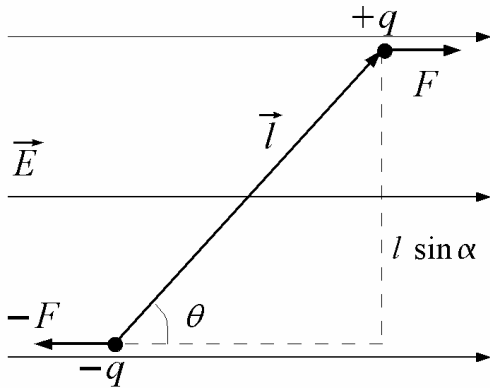
Rys. 1. Struktura cząsteczki wody.

Wektor \vec{l} jest wektorem odległości wzajemnej ładunków dipola skierowanej od ładunku ujemnego dipola do dodatniego. Pole wytwarzane przez dipol, a także siły działające na dipol, zależą od jego elektrycznego momentu dipolowego – są takie same dla dwu różnych dipoli posiadających ten sam moment dipolowy. Pole elektryczne dipola w dużej odległości x od niego można obliczyć sumując wektorowo pola kulombowskie pochodzące od obu ładunków punktowych. Dla $x \gg l$ na osi dipola

$$E \simeq \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 x^3} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 x^3} \quad (2)$$

a w kierunku prostopadłym do osi pole ma natężenie dwukrotnie mniejsze. Jest zrozumiałe, że pole elektryczne dipola, obiektu o łącznym ładunku równym zero, maleje szybciej z odległością ($\sim 1/x^3$) niż pole ładunku punktowego ($\sim 1/x^2$). W jednorodnym zewnętrznym polu elektrycznym o natężeniu E działa na dipol moment siły (Rys.2).

$$M = Fl \sin \alpha = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha \quad (3)$$



Rys. 2. Dipol w polu jednorodnym.

który możemy zapisać w postaci wektorowej

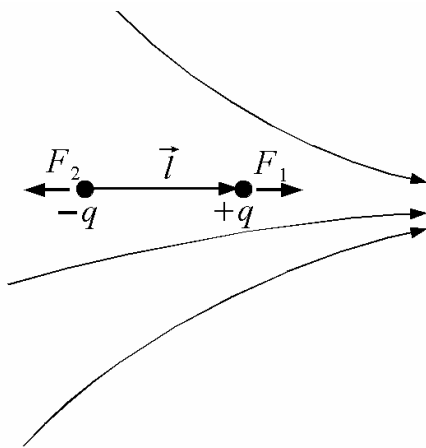
$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (4)$$

Jeśli dipol elektryczny jest swobodny to zewnętrzne pole ustawi go w kierunku zgodnym z polem (zwrot \vec{p} zgodny z \vec{E}).

Obrót dipola w zewnętrznym polu elektrycznym wymaga wykonania pracy

$$\begin{aligned} \Delta W &= \int M d\alpha = \int pE \sin \alpha d\alpha = \\ &= -pE \cos \alpha = -\vec{p} \cdot \vec{E} \end{aligned} \quad (5)$$

Można przyjąć, że to wyrażenie podaje wartość energii potencjalnej dipola w zewnętrznym polu elektrycznym. Wtedy dipol tworzy z polem kąt $\alpha = 0$ i ma energię potencjalną najmniejszą: $U_{\min} = -pE$. Przy kącie $\alpha = \pi/2$ energia potencjalna będzie miała wartość zero, a przy $\alpha = \pi$ energia potencjalna wyniesie: $U_{\max} = pE$. W polu zewnętrznym niejednorodnym swobodny dipol zostanie najpierw obrócony do pokrycia się zwrotów momentu dipolowego i pola i wtedy będzie wciągany do obszaru gdzie pole jest silniejsze (rys.3).



Rys. 3. Dipol w polu niejednorodnym.

Założmy, że w środku dipola natężenie pola równe jest E . Wtedy w miejscach gdzie znajdują się ładunki natężenie pola równe jest

$$E_1 = E + \frac{dE}{dx} \frac{l}{2} \quad \text{oraz} \quad E_2 = E - \frac{dE}{dx} \frac{l}{2} \quad (6)$$

Siła działająca na dipol będzie zatem równa

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 = \\ &= q \left(E + \frac{dE}{dx} \frac{l}{2} \right) - q \left(E - \frac{dE}{dx} \frac{l}{2} \right) = \\ &= (ql) \frac{dE}{dx} = p \frac{dE}{dx} \end{aligned} \quad (7)$$

Pochodna dE/dx jest w tym wzorze miarą niejednorodności pola.

2. Polaryzacja elektronowa.

Obojętne elektrycznie atomy mogą w zewnętrznym polu elektrycznym stać się dipolami wskutek zniekształcenia chmury elektronowej wywołanego polem zewnętrznym. Efektywnie można wtedy uważać, że nastąpiło rozsuniecie środków ciężkości ładunku jądra i ładunku elektronowego. Ze względu na małą masę elektronu proces ten następuje bardzo szybko po włączeniu pola – odgrywa zatem rolę także dla dużych częstości zmiennego pola elektrycznego aż do częstości odpowiadających promieniowaniu widzialnemu (światłu). Ponieważ stosowane pola są słabe w porównaniu z polem elektrycznym wewnątrz-atomowym wartość indukowanego atomowego momentu dipolowego jest proporcjonalna do natężenia pola zewnętrznego

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}. \quad (8)$$

Współczynnik proporcjonalności α nazywamy **polaryzowalnością**.

Omówiony proces indukowania momentów dipolowych nazywamy polaryzacją elektronową. Polaryzacja tego rodzaju zachodzi zarówno na atomach swobodnych w gazach jak i na atomach w materii skondensowanej (ciecz, ciało stałe). W tym ostatnim przypadku pole E polaryzujące atomy nie może być utożsamiane z polem zewnętrznym. Oprócz niego na atomy działają pola wytworzone przez sąsiednie atomy środka. Dzieje się tak dlatego, gdyż indukowane na cząsteczkach dipole elektryczne same wytwarzają pole elektryczne. Natężenie pola pochodzącego od dipola spada szybko z odległością (wzór 2) ale jeśli koncentracja dipoli jest tak wielka jak w ciele stałym to w sumie ich wkład w pole polaryzujące jest znaczący. Chodzi tutaj zatem o pole elektryczne lokalne, w którym bierzemy pod uwagę działanie także pola spowodowanego polaryzacją ośrodka.

Indukowany moment dipolowy może być wywołany także przez inne rodzaje polaryzacji zarówno w cząsteczkach jak i w ciałach makroskopowych. Wczesne doświadczenia elektryczne polegały na obserwacji przyciągania przez potarty suknom bursztyn skrawków suchych traw, papieru itp. na których bursztyn indukował elektryczne momenty dipolowe.

3. Polaryzacja dielektryczna.

W kondensatorze płaskim pole elektryczne jest jednorodne a jego natężenie E_o równe jest stosunkowi napięcia pomiędzy elektrodami U_o do odległości d

$$E_o = \frac{U_o}{d}. \quad (9)$$

Prawo Gaussa zastosowane do obszaru przylegającego do elektrody pokazuje, że natężenie pola wyrazić można także gęstością powierzchniową σ ładunku swobodnego na elektrodzie

$$E_o = \frac{\sigma}{\epsilon_o}, \quad (10)$$

gdzie ϵ_o jest przenikalnością elektryczną próżni.

Gęstość powierzchniowa ładunku wyznacza jednocześnie inną charakterystykę pola – **wektor indukcji elektrycznej** D i jego wartość wynosi:

$$D = \sigma = \epsilon_o E_o. \quad (11)$$

Jeśli kondensator próżniowy w opisanym stanie naładowania (naładowany i odłączony od baterii) wypełnimy dielektrykiem, to wartość napięcia pomiędzy elektrodami zmaleje ε razy do wartości $U = U_o / \varepsilon$. Współczynnik ε nazywamy **względną przenikalnością elektryczną** dielektryka. Ponieważ ładunek na elektrodzie kondensatora pozostał ten sam to na podstawie definicji pojemności elektrycznej $Q = C_o U_o = C U$, wnioskujemy, że pojemność kondensatora po wypełnieniu go dielektrykiem musiała wzrosnąć także ε razy. Przyczyną tego faktu jest **zjawisko polaryzacji dielektryka**. W jego wyniku na powierzchniach dielektryka powstają polaryzacyjne ładunki związane o gęstości powierzchniowej σ' i o znaku przeciwnym do znajdujących się w pobliżu ładunków swobodnych na elektrodzie (rys.4). Teraz pole $E = E_o / \varepsilon$ wytwarzane jest jedynie przez tę część ładunku swobodnego elektrody $\sigma - \sigma'$, która nie jest zobojętniona przez ładunek polaryzacyjny i jego natężenie:

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_o} \quad (12)$$

Wynika stąd, że

$$\sigma = \varepsilon_o E + \sigma' \quad (13)$$

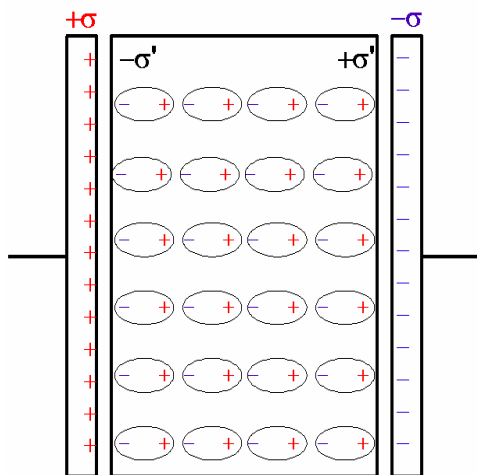
lub inaczej

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}, \quad (14)$$

albowiem wektor indukcji jak poprzednio ma wartość liczbowo równą gęstości powierzchniowej ładunku swobodnego na elektrodzie. Wprowadzony tu nowy wektor \vec{P} nosi nazwę **wektora polaryzacji**.

Jeśli zapiszemy, że

$$|\vec{P}| = \sigma' = \frac{q'}{S} = \frac{q'd}{Sd} = \frac{q'd}{V}, \quad (15)$$



to z zapisu tego wynika, że wartość wektora polaryzacji równa jest gęstości ładunku polaryzacyjnego $\sigma' = q'/S$ lub momentowi dipolowemu jednostki objętości dielektryka $q'd/V$, a zwrot t podobnie jak dla dipola, od polaryzacyjnego ładunku ujemnego do dodatniego. Ta ostatnia definicja może być przedstawiona dla przypadku dielektryka złożonego z wielu różnych dipoli molekularnych w postaci

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V} \quad (16)$$

Rys.4. Dielektryk w polu elektrycznym

Jest to więc suma wektorowa indywidualnych momentów dipolowych wszystkich cząsteczek ciała podzielona przez jego objętość. Rozważmy obecnie kolejno zachowanie się w polu elektrycznym dielektryków zbudowanych z cząsteczek niepolarnych.

3.1 Dielektryki niepolarne.

Jak wspomniano w par. 2 cząsteczki substancji w polu elektrycznym stają się dipolami elektrycznymi (polaryzacja elektronowa) przy czym momenty dipolowe poszczególnych cząsteczek są równoległe do natężenia pola elektrycznego i równoległe do siebie. Stąd też wektor polaryzacji wynosi

$$\vec{P} = N \vec{p}, \quad (17)$$

gdzie N to liczba dipoli w jednostkowej objętości dielektryka, czyli koncentracja dipoli. Jeśli do równania (11) podstawimy $E_o = \varepsilon E$, to otrzymamy z kolei

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_o \vec{E}, \quad (18)$$

co łącznie z wzorem (14) da

$$\vec{P} = \varepsilon_o (\varepsilon - 1) \vec{E} = \varepsilon_o \chi \vec{E}, \quad (19)$$

przy czym $\chi = \varepsilon - 1$ nazywamy podatnością elektryczną dielektryka.

Oprócz opisanej poprzednio polaryzacji elektronowej istnieją jeszcze dwa inne mechanizmy polaryzacji substancji niepolarnych: *polaryzacja jonowa* i *polaryzacja ładunkiem przestrzennym*.

Polaryzacja jonowa występuje w substancjach o wiązaniu jonowym, takich jak chlorek sodu NaCl, zbudowanych z dwu rodzajów jonów. Pod wpływem pola zewnętrznego może wtedy wystąpić przesunięcie podsieci kationowej względem anionowej, które pozostawi na zewnętrznych powierzchniach takich ciał ładunki polaryzacyjne. Ponieważ masa jonów jest dużo większa od masy elektronu polaryzacja tego rodzaju będzie zachodziła dużo wolniej i dla dużo niższych częstości zmiennego pola elektrycznego przesunięcie jonów przestanie nadążać za zmianami pola i ten mechanizm polaryzacji zostanie wyłączony.

Jeśli wewnątrz ciała istnieją nośniki prądu to mogą one niekiedy mieć swobodę ruchu ograniczoną np. przez przestrzenny rozkład defektów-pułapek, granice ziaren krystalicznych, sztuczne uwarstwienie materiału lub przez warstwy dielektryczne na jego zewnętrznych powierzchniach. Tego rodzaju przemieszczenia swobodnych nośników prądu wewnątrz dielektryka składają się na procesy **polaryzacji ładunkiem przestrzennym**.

Wzór (19) określający polaryzację dielektryków jest słuszny tylko dla materii nieskończonej – w przypadku gdy atomy substancji są oddalone od siebie na tyle by nie trzeba było uwzględniać ich wzajemnego oddziaływania.

Gdy cząsteczki dielektryka podlegają polaryzacji elektronowej (lub jonowej) to, jak już stwierdziliśmy, moment dipolowy \vec{p} pojedynczej cząsteczki będzie proporcjonalny do natężenia lokalnego pola elektrycznego $\vec{p} = \alpha \vec{E}_l$. Można udowodnić, że polaryzacja otoczenia powoduje, że pole lokalne jest silniejsze od pola zewnętrznego [1,2] i wynosi:

$$\vec{E}_l = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad (20)$$

Stąd wektor polaryzacji

$$\vec{P} = N \vec{p} = N\alpha \left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \right). \quad (21)$$

Po rozwikłaniu otrzymujemy stąd bardzo ważny wzór

$$\vec{P} = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \vec{E}. \quad (22)$$

Z drugiej strony wektor polaryzacji ma wartość $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon - 1)\vec{E}$. Porównanie obu wzorów pozwala otrzymać (po niewielkim przekształceniu) wzór

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{N\alpha}{3\epsilon_0} \quad (23)$$

Pomnóżmy obie strony tego równania przez masę molową $\mu = N_A m$ substancji równą iloczynowi liczby Avogadro N_A przez masę cząsteczki m . Otrzymamy

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \mu = Nm \frac{N_A \alpha}{3\epsilon_0} \quad (24)$$

lub biorąc pod uwagę, że Nm jest gęstością ρ substancji

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A \alpha}{3\epsilon_0} \quad (25)$$

Równanie to zwane **równaniem Clausiusa-Mosottiego** pozwala obliczyć na podstawie mierzonych wartości makroskopowych (ϵ, μ, ρ) parametr mikroskopowy α - polaryzowalność dielektryka. Z wzoru tego wynika również, że względna przenikalność elektryczna substancji niepolarnych nie powinna zależeć od temperatury.

3.2. Dielektryki polarne.

W dielektrykach polarnych oprócz omówionego mechanizmu polaryzacji elektronowej występuje polaryzacja orientacyjna, związana z układaniem kierunków dipoli w kierunku pola. Cząsteczki substancji polarnych są trwałymi dipolami elektrycznymi. Przykładem takich cząsteczek są cząsteczki wody, których strukturę przedstawiono na rys.1. Pole zewnętrzne działa na dipole cząsteczkowe momentem siły usiłującym je ustawić w kierunku zgodnym z polem. Pełnemu ustawieniu dipoli w tym kierunku przeszkadza jednak ruch cieplny cząsteczek ośrodka. Osiągana równowaga jest kompromisem pomiędzy tymi dwoma przeciwstawnymi dążeniami. Pomiary wykazują, że przy tym mechanizmie podatność elektryczna dielektryka jest odwrotnie proporcjonalna do temperatury bezwzględnej. Teoretyczne uzasadnienie

takiego rezultatu zawarte jest w teorii Langevina (patrz Dodatek). Wynika z niej, że dla temperatur spełniających warunek $kT \gg pE$ średnia wartość cosinusa kąta pomiędzy kierunkami dipola i pola zewnętrznego

$$\overline{\cos \alpha} = \frac{p_o}{3kT} E, \quad (26)$$

gdzie p_o oznacza wartość stałego momentu dipolowego cząsteczki, k - stałą Boltzmana, a T - temperaturę bezwzględną. Zatem średni wkład każdej cząsteczki w polaryzację czyli średni moment efektywny cząsteczki będzie równy

$$p_u = p_o \overline{\cos \alpha} = \frac{p_o^2}{3kT} E, \quad (27)$$

a odpowiadająca mu efektywna polaryzowalność

$$\alpha_{or} = \frac{p_o^2}{3kT}. \quad (28)$$

W substancjach polarnych oprócz polaryzacji orientacji mamy oczywiście także i polaryzację elektronową. Zatem równanie Clausiusa-Mosottiego dla nich będzie miało postać

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{3\epsilon_o} \left(\alpha + \frac{p_o^2}{3kT} \right). \quad (29)$$

Wykres lewej strony tego równania w funkcji $1/T$ ma dla takich substancji postać linii prostej, której nachylenie pozwala określić wartość trwałego momentu dipolowego p_o cząsteczki. Jest to zwykle cenna informacja pozwalająca określić długość wiązania w cząsteczce.

4. Ferroelektryki.

Przyjrzyjmy się jeszcze raz wzorowi (22). Kiedy w mianowniku tego wzoru wartość wyrażenia $(N\alpha)/(3\epsilon_o)$ zbliża się do jedności, polaryzacja rośnie do bardzo dużych wartości. Z wzoru wynikałoby, że powinna rosnąć nieograniczenie, ale przy wyższych wartościach natężenia pola lokalnego (wzór 20) proporcjonalność pomiędzy polem lokalnym a polaryzacją załamuje się i wzrost pola wywołuje coraz słabsze skutki.

Przy podnoszeniu temperatury ponad pewną wartość T_c (temperatura Curie), koncentracja cząsteczek N maleje z powodu rozszerzalności cieplnej. Przyjmijmy, że $N\alpha/\epsilon_o$ staje się wtedy mniejsze od 3 o niewielką wartość proporcjonalną do różnicy temperatur $T - T_c$:

$$\frac{N\alpha}{\epsilon_o} = 3 - \beta(T - T_c), \quad (30)$$

gdzie stała β ma małą wartość (tego samego rzędu co współczynnik rozszerzalności cieplnej, tj. $10^{-5} - 10^{-6} K^{-1}$). Wtedy wzór (22) można zapisać w postaci

$$P = \epsilon_o(\epsilon - 1)E = \frac{\epsilon_o[3 - \beta(T - T_c)]}{1 - \frac{3 - \beta(T - T_c)}{3}} E \approx \frac{9\epsilon_o}{\beta(T - T_c)} E \quad (31)$$

z której wynika, że podatność elektryczna takiego materiału powinna być odwrotnie proporcjonalna nie do temperatury bezwzględnej jak dla substancji polarnych, a do odwrotności różnicy pomiędzy temperaturą T i temperaturą T_c

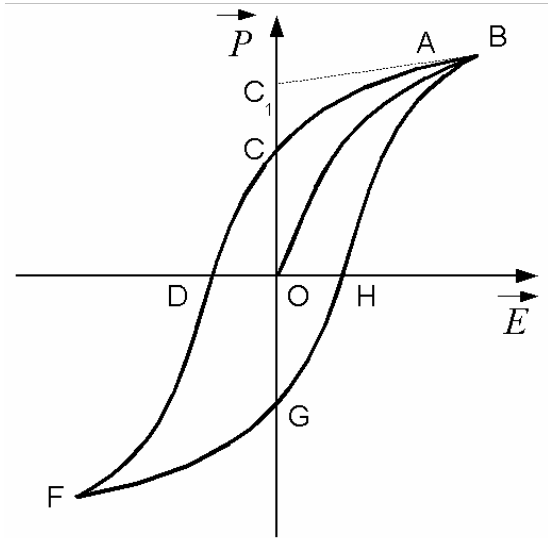
$$\chi = \frac{C_c}{T - T_c}. \quad (32)$$

Zależność ta nazwana jest **prawem Curie-Weissa** i jest słuszna dla temperatur nieco przewyższających T_c . Wynika z tego prawa, że wykres $1/\chi$ czyli $1/(\epsilon - 1)$ w funkcji temperatury bezwzględnej T powinien być dla temperatur nieco wyższych od T_c linią prostą.

Ciała stałe w których taka katastrofa polaryzacyjna zachodzi nazywane są **ferroelektrykami**. Obserwuje się w nich poniżej temperatury T_c zjawisko histerezy polegającej na tym, że ich polaryzacja zależy w charakterystyczny sposób nie tylko od natężenia pola ale i od historii próbki. Charakterystyczne jest dla tych substancji występowanie obszarów (domen) o całkowicie uporządkowanym ułożeniu molekularnych dipoli elektrycznych. Obszary te wykazują spontaniczną, tzn. niezależną od warunków zewnętrznych, nie wywołaną z zewnątrz, polaryzację. Powstaje ona w ten sposób, że pojawienie się niewielkiej polaryzacji, tj. przesunięcia jednych jonów względem drugich zapoczątkowane np. fluktuacjami cieplnymi powoduje, że na te jony działać zaczyna pole lokalne od własnej polaryzacji przesuwając je jeszcze bardziej. Wywołuje to z kolei wzmocnienie pola lokalnego, itd. aż do osiągnięcia granicznego przesunięcia, przy którym siły elektryczne równoważone są przez siły wywołane deformacją powłok wewnętrznych elektronów jonów. W temperaturach niższych od T_c ten stan odkształcenia sieci krystalicznej jest zamrożony. Przekroczenie T_c zmienia z jednej strony wartość $(N\alpha)/(3\epsilon_o)$ (oddala od warunków krytycznych), a z drugiej strony wzmaga ruchy ciepłe całej sieci krystalicznej. Obie przyczyny działają w kierunku likwidacji uporządkowania domenowego i ferroelektryk staje się zwykłym dielektrykiem.

Ferroelektryk poniżej temperatury T_c składa się zwykle z wielu domen o przypadkowo zorientowanych wektorach polaryzacji. Powoduje to, że cała próbka nie wykazuje na zewnątrz polaryzacji. Umieszczenie jej w polu elektrycznym powoduje najpierw odkształcenie sprężyste ścianek międzydomenowych a potem ich przesuwanie w takich kierunkach, którym odpowiada wzrost domen korzystnie zorientowanych kosztem domen o orientacji mniej korzystnej. Zachodzić także mogą obroty domen. Gdy zewnętrzne pole elektryczne jest coraz silniejsze dochodzi stopniowo do sytuacji kiedy cała próbka staje się jedną domeną, wartość polaryzacji ulega stopniowo nasyceniu i dalszy niewielki liniowy wzrost polaryzacji może już wynikać jedynie z polaryzacji elektronowej atomów. Omówione procesy na wykrycie polaryzacji w funkcji natężenia zewnętrznego pola odpowiadają krzywej OB (rys.5).

Przy zmniejszaniu natężenia pola zewnętrznego od wartości odpowiadającej nasyceniu polaryzacja maleje wzdłuż krzywej BAC leżącej powyżej OB ponieważ ruch powrotny ścianek domenowych napotyka opory związane z istnieniem w kryształach defektów sieci. W polu zerowym próbka ferroelektryka wykazuje teraz pozostałość elektryczną (remanencję) odpowiadającą na wykresie odcinkowi OC. Przy wartości OD pola zorientowanego przeciwnie pozostałość elektryczna staje się równa zero. Pole o tej wartości nazywamy polem koercji. Dalsze powiększanie pola o tym nowym kierunku polaryzuje do nasycenia próbkę w kierunku zgodnym z polem (punkt F). Powrót zamyka pętlę histerezy krzywą FGHB symetryczną do BCDF. Wartość polaryzacji odpowiadająca rzędnej punktu B (albo F gdy pętla jest symetryczna) nazywana jest *polaryzacją całkowitą*. Jeśli w pobliżu punktu B istnieje prostoliniowy odcinek (AB na rys.5) to jego ekstrapolacja do osi polaryzacji daje wartość *polaryzacji spontanicznej* próbki – odcinek OC₁. Wtedy różnica pomiędzy polaryzacją całkowitą i spontaniczną jest spowodowana polaryzacją elektronową (ewentualnie jeszcze innymi rodzajami polaryzacji np. ładunkiem przestrzennym).



Rys.5. Zależność polaryzacji próbki ferroelektryka od zewnętrznego pola elektrycznego (pętla histerezy).

Należy podkreślić dwie ważne cechy ferroelektryków. Po pierwsze jak widać z wykresu przedstawionego na rys.5, nie są one dielektrykami liniowymi. Po drugie wartości polaryzacji są dla nich tak wielkie, że efektywne tzw. początkowe przenikalności elektryczne (nachylenie wykresu w punkcie bliskim początku układu) mogą sięgać wartości 50000 – 100000.

Ferroelektryki odkryto i zbadano stosunkowo niedawno. Znacznie wcześniej zbadano zjawisko histerezy magnetycznej występujące w żelazie i jego stopach – ferromagnetykach. Podobieństwo histerezy elektrycznej i magnetycznej spowodowało, że materiały w których występuje ta pierwsza nazwano ogólnie ferromagnetykami mimo, że żelaza (ferrum) nie ma w ich składzie chemicznym.

5. Mostek Sawyera -Towera.

Układ pomiarowy do pomiaru parametrów pętli histerezy nazywany jest mostkiem Sawyera-Towera. Zbudowany jest z dwóch dzielników napięcia oporowego R_1 i R_2 (rys.6) i pojemnościowego złożonego z kondensatora C_1 i badanej próbki C_x . Oba dzielniki połączone równolegle zasilane są tym samym napięciem zmiennym. Spadek napięcia z opornika R_1 przyłożony jest do płytek odchylenia poziomego lampy oscylograficznej. Płytki odchylenia pionowego lampy zasilane są z kondensatora C_1 . Jego wartość dobiera się tak, by większość spadku napięcia znajdowała się na badanej próbce C_x (znaczy to, że kondensator C_1 powinien mieć pojemność o wiele większą od C_x). Wtedy napięcie na kondensatorze C_x (i natężenie pola w nim) proporcjonalne będzie do napięcia na oporniku R_1 i oś pozioma na ekranie będzie osią natężenia pola elektrycznego próbki.

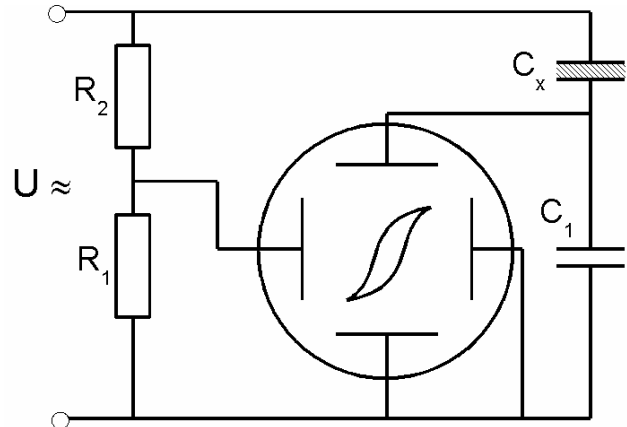
W połączeniu szeregowym kondensatorów ładunek na każdej z elektrod ma tę samą wartość. Zatem napięcie U_c na kondensatorze C_1 ($U_c = Q_x / C_1$) i wychylenie pionowe plamki na ekranie są proporcjonalne do ładunku swobodnego na badanej próbce. Z drugiej strony do tego ładunku proporcjonalna jest wartość indukcji D pola w kondensatorze C_x , $D = Q_x / A$ (gdzie A – powierzchnia okładki kondensatora), która prawie w całości wyraża wektor polaryzacji ponieważ dla substancji o $\epsilon \gg 1$

$$\begin{aligned} D &= \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E + \epsilon_0 (\epsilon - 1) E \\ &\approx \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = P. \end{aligned} \quad (33)$$

Ponieważ stała dielektryczna ϵ ma wartość rzędu tysięcy to słuszne jest (z bardzo małym błędem) twierdzenie, że napięcie na kondensatorze C_1 jest proporcjonalne do wartości wektora polaryzacji dielektryka w kondensatorze C_x . W takim razie odchylenie pionowe plamki na ekranie jest proporcjonalne do wektora polaryzacji badanego ferroelektryka.

Dochodzimy zatem do wniosku, że napięcie zmienne zasilające mostek Sawyera-Towera spowoduje, że na ekranie lampy oscyloskopowej promień elektronowy będzie wykreślał pętlę histerezy ferroelektryka.

Uwaga: Wartości parametrów C_1 , d , A , S_x , S_y podlegają zmianom spowodowanym konieczną wymianą próbek pomiarowych i aparatury. Dane te powinny być określone przez personel obsługujący laboratorium.



Rys.6. Mostek Sawyera - Towera

6. Dodatek.

Polaryzowalność dielektryków polarnych.

Cząsteczki, które są trwałymi dipolami elektrycznymi mają w zewnętrznym polu elektrycznym energię potencjalną $U = -p_o E \cos \alpha$. Ponieważ prawdopodobieństwo posiadania przez cząsteczkę energii U w temperaturze T wyraża czynnik Boltzmann $\exp\left(\frac{-U}{kT}\right)$, to liczba cząsteczek, których moment dipolowy tworzy z polem kąt mieszczący się w granicach $\alpha, \alpha + d\alpha$ będzie równa

$$n(\alpha) d\alpha = n_o \exp\left(\frac{p_o E}{kT} \cos \alpha\right) d\alpha, \quad (37)$$

gdzie n_o jest pewną stałą proporcjonalności. Można pokazać, że w temperaturze pokojowej $\frac{p_o E}{kT} \ll 1$ i dlatego można zastosować przybliżenie

$$\exp\left(\frac{p_o E}{kT} \cos \alpha\right) \approx 1 + \frac{p_o E}{kT} \cos \alpha, \quad (38)$$

Wiemy, że suma momentów dipolowych da wkład skierowany zgodnie z polem E . Wkład danego dipola w polaryzację jest równy

$$p_u = p_o \cos \alpha. \quad (39)$$

Znając średnią wartość kosinusa - $\overline{\cos \alpha}$, moglibyśmy wartość wektora polaryzacji obliczyć mnożąc koncentrację cząsteczek przez średnią wartość wkładu pojedynczego dipola $p_o \overline{\cos \alpha}$:

$$P = N p_o \overline{\cos \alpha} \quad (40)$$

Średnią wartość kosinusa obliczymy całkując iloczyn $\cos \alpha$ przez liczbę cząsteczek o danym kącie w stosunku do pola, po pełnym kącie przestrzennym. Element kąta przestrzennego odpowiadający danemu kątowi ($\alpha \div \alpha + d\alpha$) względem pola wyraża czynnik $d\Omega = 2\pi \sin \alpha d\alpha$ (kąt bryłowy zawarty między stożkami α i $\alpha + d\alpha$). Całkę tę należy podzielić przez całkowitą liczbę cząsteczek wyrażoną przez całkę

$$\int_0^\pi n(\alpha) d\Omega = \int_0^\pi n(\alpha) 2\pi \sin \alpha d\alpha$$

Wynika stąd, że

$$\overline{\cos \alpha} = \frac{\int_0^\pi n(\alpha) \cos \alpha 2\pi \sin \alpha d\alpha}{\int_0^\pi n(\alpha) 2\pi \sin \alpha d\alpha} \quad (41)$$

Po podstawieniu do tego wzoru uproszczonego wyrażenia na $n(\alpha)$ mamy

$$\frac{\int_0^\pi \left(1 + \frac{p_o E}{kT} \cos \alpha\right) \cos \alpha \, 2\pi \sin \alpha \, d\alpha}{\int_0^\pi \left(1 + \frac{p_o E}{kT} \cos \alpha\right) 2\pi \sin \alpha \, d\alpha} = \frac{p_o E}{3kT} \quad (42)$$

Wynika stąd, że wektor polaryzacji równy będzie

$$P = \frac{N p_o^2}{3kT} E \quad (43)$$

a wartość odpowiadającej temu polaryzowalności orientacji

$$\alpha_{or} = \frac{p_o^2}{3kT}. \quad (44)$$

7. Pytania sprawdzające.

1. Mechanizmy polaryzacji dielektryków niepolarnych.
2. Mechanizm polaryzacji dielektryków polarnych.
3. Lokalne pole elektryczne w gazach, cieczech i ciałach stałych.
4. Na czym polega ferroelektryczność – mechanizm tworzenia się domen.
5. Schemat i zasada działania mostka Sawyera-Towera.
6. Równanie Clausiusa-Mosottiego.
7. Pętla histerezy dla ferroelektryka.

8. Literatura.

1. Feynmana wykłady z fizyki, t.2 cz.1. PWN Warszawa 1970.
2. A. R. von Hippel, Dielektryki i fale, PWN Warszawa 1963.

9. Wykonanie ćwiczenia.

W ćwiczeniu wyznacza się parametry pętli histerezy oraz pojemność elektryczną próbki ferroelektryka (siarczanu trójglicyny – w skrócie TGS). Oba rodzaje pomiarów prowadzi się w funkcji temperatury.

Próbka badana znajduje się w termostacie. Żądaną temperaturę ustawia się na termometrze kontaktowym termostatu. Po jej osiągnięciu pozostawia się próbkę na kilka minut (2 – 3) aż temperatura się ustali i przeprowadza się pomiary elektryczne. Poniżej 50°C mierzy się na ekranie oscyloskopu napięcie odpowiadające polaryzacji całkowitej (odległość pionową punktów B i F rys.6 w działkach) oraz napięcie odpowiadające polu koercji (odległość poziomą punktów D i H z rys.5 w działkach). Następnie przełącznikiem odłącza się kondensator pomiarowy od mostka Sawyera- Towera i przyłącza do miernika pojemności. Wynik pomiaru pojemności może zależeć w pewnym stopniu od momentu albo sposobu odłączenia próbki ferroelektryka od zasilania (od stanu jej spolaryzowania).

Pomiary:

1. Dla temperatur bliskich 30, 35, 40, 45, 47, 48, 49, 49.2, 49.4, 49.6°C 49.8°C zmierzyć napięcie odpowiadające polaryzacji całkowitej U_y , polu koercji U_c oraz pojemność C_x próbki. Dla temperatur 35, 48 i 49.0°C narysować pętlę histerezy.

Wyniki pomiarów zebrać w tabeli:

T [K]											
U_y [V]											
U_c [V]											
$P = \frac{U_y C_1}{A} \left[\frac{C}{m^2} \right]$											
$E_c = \frac{U_c}{d} \left[\frac{V}{m} \right]$											
C_x [F]											
$\epsilon = \frac{C_x d}{\epsilon_o A}$											

2. Po obliczeniu polaryzacji całkowitej i pola koercji sporządzić wykresy ich zależności od temperatury. Z wykresu polaryzacji określić temperaturę Curie ferroelektryka.
3. Dla temperatur 49.8, 50, 55, 60, 65, i 70°C zmierzyć pojemność próbki. Sporządzić tabelę:

T [K]						
C_x [F]						
$\epsilon = \frac{C_x d}{\epsilon_o A}$						
$\chi = \epsilon - 1$						
$\frac{1}{\chi}$						

4. Narysować zależność stałej dielektrycznej ϵ w funkcji temperatury.

5. Dla $T > T_c$ wykonać wykres odwrotności podatności elektrycznej w funkcji temperatury bezwzględnej $\frac{1}{\chi} = f(T)$ (sprawdzenie prawa Curie-Weissa).
6. Wyznaczyć z wykresu temperaturę Curie i stałą Curie C_c .
7. Skomentować otrzymane wykresy zależności temperaturowej polaryzacji, pola koercji, stałej dielektrycznej, podatności oraz kształt pętli histerezy.

10. Opracowanie wyników

10a. Badanie pętli histerezy ferroelektryka

1. Na podstawie obserwacji pętli histerezy określić w jakim zakresie temperatur próbka wykazuje własności ferroelektryczne.
2. Na podstawie zgromadzonych danych obliczyć: wartość polaryzacji całkowitej P , pola koercji E_C , pojemności C_x próbki i jej przenikalności elektrycznej ϵ .
3. Oszacować niepewności odczytania napięć U_Y i U_C z ekranu oscyloskopu i na ich podstawie podać niepewności wyznaczonych wielkości P , E_C , C_x i ϵ . Oszacować dodatkowo niepewność pomiaru temperatury.
4. Dla temperatur 35, 48 i 49°C (lub innych wskazanych przez prowadzącego) narysować pętle histerezy.
5. Wykreślić zależności P i E_C w funkcji temperatury. Na wykres nanieść niepewności pomiarowe. Z wykresu $P(T)$ określić temperaturę Curie T_C dla badanego ferroelektryka, siarczanu trójglicyny, oszacować jej niepewność i porównać wynik z wartością tablicową.

10b. Badanie prawa Curie-Weissa

1. Na podstawie zmierzonych pojemności dla temperatur $T > T_C$ obliczyć stałą dielektryczną ϵ i podatność dielektryczną χ próbki a następnie wykonać wykresy $\epsilon(T)$ oraz $\frac{1}{\chi} = f(T)$.
2. Oszacować niepewność pomiaru temperatury i wyznaczenia pojemności, na ich podstawie obliczyć niepewności ϵ , χ , χ^{-1} i nanieść je na wykresy.
3. Korzystając z testu χ^2 sprawdzić prawo Curie-Weissa, czyli hipotezę o liniowości zależności $\frac{1}{\chi} = f(T)$.
4. Do zależności $\frac{1}{\chi} = f(T)$ dopasować prostą metodą najmniejszych kwadratów i z parametrów dopasowania wyznaczyć temperaturę Curie T_C i stałą Curie C_C . Obliczyć ich niepewności standardowe uwzględniając zarówno niepewność typu A jak i typu B.
5. Zapisać wyniki dla T_C i C_C z niepewnościami rozszerzonymi. Porównać je z wartościami tablicowymi dla badanego kryształu siarczanu trójglicyny.

6. Skomentować otrzymane wyniki liczbowe, przebieg wykresów $P(T)$, $E_C(T)$, $\varepsilon(T)$, $\frac{1}{\chi} = f(T)$ oraz kształt pętli histerezy. Sformułować, na podstawie wyniku testu χ^2 , wnioski dotyczące stosowalności prawa Curie-Weissa dla badanego ferroelektryka.